****

**Template ส่วนหน้าประมวลสาระชุดวิชา ระดับปริญญาโท**

**มหาวิทยาลัยสุโขทัยธรรมาธิราช**

**บัณฑิตศึกษา สาขาวิชาศึกษาศาสตร์**

**ประมวลสาระชุดวิชา**

**คณิตศาสตร์สำหรับครู**

**Mathematics for Teachers**

**22752**

**หน่วยที่ 1-5**

**(ฉบับปรับปรุงครั้งที่ 1)**

**คณะกรรมการกลุ่มปรับปรุงและบริหารชุดวิชาคณิตศาสตร์สำหรับครู ผู้ร่วมปรับปรุง**

ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.สุรีรัตน์ อารีรักษ์สกุล ก้องโลก ประธานกรรมการ รองศาสตราจารย์ ดร.วนิดา เหมะกุล

อาจารย์ ดร.ปุริมปรัชญ์ คณิณพศุตย์ กรรมการและบรรณาธิการ รองศาสตราจารย์ ดร.ปรีชา เนาว์เย็นผล

ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.วินิจ เทือกทอง กรรมการด้านเนื้อหา รองศาสตราจารย์ทศพร คล้ายอุดม

อาจารย์ ดร.ชนิกร ชลไชยะ กรรมการด้านเนื้อหา รองศาสตราจารย์ ดร.สาคร บุญดาว

อาจารย์ ดร.นพรัตน์ โพธิ์ชัย กรรมการด้านเนื้อหา ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.ทรงชัย อักษรคิด

อาจารย์ ดร.ชุติวัฒน์ สุวัตถิพงศ์ กรรมการด้านออกแบบ อาจารย์ ดร.กันตภณ คูหาพัฒนกุล

 ระบบการสอน

นางสาวมณีรัตน์ เหลือมพล เลขานุการ

**สงวนลิขสิทธิ์**

ลิขสิทธิ์ของมหาวิทยาลัยสุโขทัยธรรมาธิราช

**จัดพิมพ์โดย**

สำนักพิมพ์ มหาวิทยาลัยสุโขทัยธรรมาธิราช

พิมพ์ครั้งแรก พ.ศ. 2555

ปรับปรุงครั้งที่ 1 พ.ศ. 2563

พิมพ์ครั้งที่ 1 พ.ศ. 2563 จำนวนพิมพ์ 200 เล่ม

**จัดจำหน่ายโดย**

ศูนย์หนังสือ มหาวิทยาลัยสุโขทัยธรรมาธิราช

ปากเกร็ด นนทบุรี 11120

**ข้อมูลบัตรรายการ**

ประมวลสาระชุดวิชาคณิตศาสตร์สำหรับครู = Mathematics for teachers/สาขาวิชาศึกษาศาสตร์

มหาวิทยาลัยสุโขทัยธรรมาธิราช.--ฉบับปรับปรุงครั้งที่ 1.

หน่วยที่ 1-5

**1. คณิตศาสตร์--การศึกษาและการสอน.** (1) มหาวิทยาลัยสุโขทัยธรรมาธิราช. สาขาวิชาศึกษาศาสตร์**.**

QA8.7

510
STOU 22752 GT

ISBN 978-616-16-2266-4

**บรรณาธิการผู้ช่วย** นางจิราพร รัชตโภคิน ฝ่ายวิชาการ สำนักพิมพ์

**จัดพิมพ์ต้นฉบับ** หน่วยเตรียมต้นฉบับ สำนักพิมพ์

**จัดหน้ารูปเล่ม** หน่วยจัดหน้าชุดวิชา สำนักพิมพ์

**ออกแบบปก** นางณัฐณี คงเมือง หน่วยศิลปะ สำนักพิมพ์

**พิมพ์ที่** โรงพิมพ์มหาวิทยาลัยสุโขทัยธรรมาธิราช

**คำนำ**

ประมวลสาระชุดวิชาคณิตศาสตร์สำหรับครู เป็นชุดวิชาอยู่ในหมวดวิชาเลือก สำหรับนักศึกษาแขนงวิชาหลักสูตรและการสอน วิชาเอกคณิตศาสตร์ สาระของชุดวิชานี้เกี่ยวข้องกับเนื้อหาคณิตศาสตร์ในระดับมัธยมศึกษาตอนปลายที่เชื่อมต่อกับระดับมหาวิทยาลัย ที่ครูสอนคณิตศาสตร์ควรมีความรู้และความเข้าใจอย่างลึกซึ้ง เพื่อสามารถนำความรู้ความเข้าใจดังกล่าวมาพัฒนาหลักสูตรและจัดการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ในโรงเรียนได้อย่างมีคุณภาพ

นักศึกษาควรศึกษาประมวลสาระอย่างละเอียด และปฏิบัติกิจกรรมในแนวการศึกษาอย่างครบถ้วน รวมทั้งศึกษาจากสื่ออื่นๆ เพิ่มเติมด้วยตนเองได้ จะทำให้นักศึกษาเกิดความรู้และความเข้าใจกว้างขวางและลึกซึ้ง อันนำไปสู่ความเชื่อมั่นว่ามีความรู้คณิตศาสตร์เพียงพอที่จะสอนคณิตศาสตร์ได้ทุกระดับชั้น

 คณะกรรมการกลุ่มผลิตและบริหารชุดวิชา หวังเป็นอย่างยิ่งว่าชุดวิชาคณิตศาสตร์สำหรับครูเป็นประโยชน์แก่นักศึกษา ในเรื่องความรู้คณิตศาสตร์ที่จำเป็นสำหรับครูและการเห็นแนวทางในการเชื่อมโยงความรู้คณิตศาสตร์จากระดับสูงสู่ความรู้คณิตศาสตร์ระดับโรงเรียน

**คณะกรรมการกลุ่มปรับปรุงและบริหารชุดวิชา**

 **คณิตศาสตร์สำหรับครู**

**สารบัญ**

**หน้า**

**คำนำ (3)**

**รายละเอียดชุดวิชา (9)**

**วิธีการศึกษา (11)**

**หน่วยที่ 1 เซต ตรรกศาสตร์ และการพิสูจน์.................................................................... 1-1**

ตอนที่ 1.1 ความรู้เบื้องต้นเกี่ยวกับเซต............................................................................... 1-5

เรื่องที่ 1.1.1 การกำหนดเซตและประเภทของเซต………………………………………........ 1-7

เรื่องที่ 1.1.2 เซตนับได้ เซตนับไม่ได้ และจำนวนเชิงการนับ…………………………........ 1-15

ตอนที่ 1.2 สับเซต เพาเวอร์เซต และการดำเนินการของเซต…………………………………....... 1-26

เรื่องที่ 1.2.1 สับเซตและเพาเวอร์เซต……………………………………………………….......... 1-27

เรื่องที่ 1.2.2 การดำเนินการของเซต…………………………………………………………........ 1-32

 เรื่องที่ 1.2.3 โจทย์ปัญหาเกี่ยวกับจำนวนสมาชิกของเซตจำกัด……………………......... 1-48

ตอนที่ 1.3 ความรู้เบื้องต้นเกี่ยวกับตรรกศาสตร์……………………………………………….......... 1-51

เรื่องที่ 1.3.1 ประพจน์และการเชื่อมประพจน์.......................................................... 1-53

เรื่องที่ 1.3.2 สัจนิรันดร์ ประพจน์ที่สมมูลกัน และการให้เหตุผล……………………...... 1-63

เรื่องที่ 1.3.3 ประโยคเปิดและตัวบ่งปริมาณ………………………………………………....... 1-74

ตอนที่ 1.4 ความรู้เบื้องต้นเกี่ยวกับการพิสูจน์……………………………………………………........ 1-81

เรื่องที่ 1.4.1 การพิสูจน์ข้อความที่เกี่ยวข้องกับตัวบ่งปริมาณ…………………………..... 1-83

เรื่องที่ 1.4.2 การพิสูจน์ข้อความที่เกี่ยวข้องกับการวางเงื่อนไข………………………..... 1-88

เรื่องที่ 1.4.3 การพิสูจน์ว่ามีเพียงหนึ่งสิ่งและการพิสูจน์โดยการหาข้อขัดแย้ง.......... 1-93

เรื่องที่ 1.4.4 การพิสูจน์โดยใช้หลักอุปนัยเชิงคณิตศาสตร์……………………………....... 1-96

บรรณานุกรม.................................................................................................................... 1-102

**หน่วยที่ 2 ทฤษฎีจำนวน................................................................................................ 2-1**

ตอนที่ 2.1 ระบบจำนวนเต็ม............................................................................................. 2-5

เรื่องที่ 2.1.1 สมบัติของจำนวนเต็ม.......................................................................... 2-7

เรื่องที่ 2.1.2 ขั้นตอนวิธีการหาร............................................................................... 2-12

เรื่องที่ 2.1.3 การหารลงตัว……………………………………………………………..………....... 2-18

เรื่องที่ 2.1.4 จำนวนเฉพาะ…………………………………………………………………..…...... 2-29

เรื่องที่ 2.1.5 ตัวหารร่วมมาก และตัวคูณร่วมน้อย………………………………..……....... 2-38

ตอนที่ 2.2 สมภาคเบื้องต้น.............................................................................................. 2-51

เรื่องที่ 2.2.1 แนวคิดเกี่ยวกับสมภาคเบื้องต้น......................................................... 2-52

เรื่องที่ 2.2.2 สมการไดโอแฟนไทน์.......................................................................... 2-59

เรื่องที่ 2.2.3 สมภาคเชิงเส้น…………………………………………………………..………........ 2-62

เรื่องที่ 2.2.4 ทฤษฎีบทเศษเหลือของจีน…………………………………………..………....... 2-66

ตอนที่ 2.3 โจทย์ประยุกต์ของทฤษฎีจำนวน.................................................................... 2-72

 เรื่องที่ 2.3.1 โจทย์ประยุกต์เกี่ยวกับจำนวนเฉพาะและการหารลงตัว..................... 2-73

เรื่องที่ 2.3.2 โจทย์ประยุกต์เกี่ยวกับตัวหารร่วมมากและตัวคูณร่วมน้อย................. 2-75

เรื่องที่ 2.3.3 โจทย์ประยุกต์เกี่ยวกับสมภาค………………………………………………....... 2-80

บรรณานุกรม..................................................................................................................... 2-83

หน่วยที่ 3 พีชคณิตเชิงเส้น............................................................................................. 3-1

ตอนที่ 3.1 เมทริกซ์และการดำเนินการบนเมทริกซ์........................................................... 3-7

เรื่องที่ 3.1.1 เมทริกซ์............................................................................................... 3-9

เรื่องที่ 3.1.2 การดำเนินการบนเมทริกซ์.................................................................. 3-13

เรื่องที่ 3.1.3 การดำเนินการเบื้องต้นเชิงแถว........................................................... 3-36

ตอนที่ 3.2 ระบบสมการเชิงเส้น....................................................................................... 3-49

เรื่องที่ 3.2.1 สมการเมทริกซ์และระบบสมการเชิงเส้น............................................ 3-51

เรื่องที่ 3.2.2 การหาผลเฉลยของระบบสมการเชิงเส้น............................................. 3-56

เรื่องที่ 3.2.3 การหาผลเฉลยของระบบสมการเชิงเส้นโดยวิธีกำจัด

 ของเกาส์............................................................................................. 3-59

เรื่องที่ 3.2.4 การหาผลเฉลยของระบบสมการเชิงเส้นโดยวิธีกำจัด

 ของเกาส์-จอร์แดน………………………………………………………………....... 3-62

ตอนที่ 3.3 พื้นฐานทางพีชคณิตเชิงเส้นเบื้องต้น............................................................... 3-70

เรื่องที่ 3.3.1 ปริภูมิ n มิติ……………………………………………………………………........... 3-72

เรื่องที่ 3.3.2 ปริภูมิเวกเตอร์ และปริภูมิย่อย……………………………………………........ 3-79

เรื่องที่ 3.3.3 การรวมเชิงเส้น อิสระเชิงเส้น และฐาน…………………………………….... 3-87

เรื่องที่ 3.3.4 การแปลงเชิงเส้น………………………………………………………………........ 3-110

บรรณานุกรม.................................................................................................................... 3-119

หน่วยที่ 4 การพิสูจน์ทางเรขาคณิต................................................................................ 4-1

ตอนที่ 4.1 แนวคิดการพิสูจน์ทางเรขาคณิต...................................................................... 4-5

เรื่องที่ 4.1.1 องค์ประกอบพื้นฐานในการพิสูจน์ทางเรขาคณิต................................. 4-6

เรื่องที่ 4.1.2 ตัวอย่างการพิสูจน์ทางเรขาคณิต......................................................... 4-10

ตอนที่ 4.2 สมบัติความเท่ากันทุกประการของรูปสามเหลี่ยม............................................ 4-14

เรื่องที่ 4.2.1 การทับกันสนิท การสมมาตร และทฤษฎีบทเกี่ยวกับ

 สมบัติความเท่ากันทุกประการของรูปสามเหลี่ยม............................... 4-15

เรื่องที่ 4.2.2 สมบัติของรูปสามเหลี่ยมหน้าจั่ว……………………………………………....... 4-23

ตอนที่ 4.3 ความคล้าย...................................................................................................... 4-25

เรื่องที่ 4.3.1 การย่อ การขยาย และความคล้ายของรูปสามเหลี่ยม………………….... 4-26

เรื่องที่ 4.3.2 ทฤษฎีบทเกี่ยวกับความคล้ายของรูปสามเหลี่ยม………………………..... 4-28

ตอนที่ 4.4 ทฤษฎีบทพีทาโกรัสและบทกลับ……………………………………………………......... 4-36

เรื่องที่ 4.4.1 พีทาโกรัส และจำนวนพีทาโกรัส……………………………………………...... 4-37

เรื่องที่ 4.4.2 ทฤษฎีบทพีทาโกรัส และการพิสูจน์แบบต่างๆ…………………………...... 4-39

ตอนที่ 4.5 วงกลม………………………………………………………………………………………........... 4-49

เรื่องที่ 4.5.1 วงกลมและศิลปะที่เกิดจากวงกลม………………………………………......... 4-51

เรื่องที่ 4.5.2 มุม ส่วนโค้ง และคอร์ดของวงกลม………………………………………......... 4-52

เรื่องที่ 4.5.3 เส้นสัมผัสวงกลม……………………………………………………………….......... 4-59

เรื่องที่ 4.5.4 รูปสี่เหลี่ยมที่แนบในวงกลม…………………………………………………........ 4-65

เรื่องที่ 4.5.5 พื้นที่ของรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้าและพื้นที่ของรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัส

 ที่เกี่ยวกับวงกลม……………………………………………………………….......... 4-68

บรรณานุกรม..................................................................................................................... 4-76

หน่วยที่ 5 เรขาคณิตและการประยุกต์............................................................................ 5-1

ตอนที่ 5.1 รูปเรขาคณิต……………………….......................................................................... 5-4

เรื่องที่ 5.1.1 รูปบนระนาบ……………………………………………..................................... 5-6

เรื่องที่ 5.1.2 เส้นโค้งและรูปหลายเหลี่ยมบนระนาบ................................................ 5-19

เรื่องที่ 5.1.3 รูปในปริภูมิ……………………………………………………………………….......... 5-29

ตอนที่ 5.2 การวัดในเรขาคณิต......................................................................................... 5-40

เรื่องที่ 5.2.1 พื้นที่และเส้นรอบรูป…………………………………….................................. 5-42

เรื่องที่ 5.2.2 ทฤษฎีบทพีทาโกรัส……………………………………………………………......... 5-52

เรื่องที่ 5.2.3 พื้นที่ผิวและปริมาตร………………………………………………………….......... 5-57

ตอนที่ 5.3 การแปลงทางเรขาคณิต.................................................................................. 5-68

เรื่องที่ 5.3.1 การแปลงและการเคลื่อนที่คงรูปของระนาบ……………………..……….... 5-70

เรื่องที่ 5.3.2 การเลื่อนขนาน…………………………………………………………….……........ 5-72

เรื่องที่ 5.3.3 การหมุน…………………………………………………………………………........... 5-78

เรื่องที่ 5.3.4 การสะท้อน………………………………………………………………………......... 5-81

ตอนที่ 5.4 ความเท่ากันทุกประการ และความคล้าย…………………………………………........ 5-86

เรื่องที่ 5.4.1 ความเท่ากันทุกประการของรูปสามเหลี่ยม………………………………..... 5-87

เรื่องที่ 5.4.2 ความคล้ายของรูปสามเหลี่ยม………………………………………………....... 5-101

บรรณานุกรม.................................................................................................................... 5-105

**รายละเอียดชุดวิชา**

**1. คำอธิบายชุดวิชา**

**22752 คณิตศาสตร์สำหรับครู**

**(Mathematics for Teachers)**

แนวคิดสำคัญ สาระและหลักการของคณิตศาสตร์พื้นฐานในเรื่อง เซตและตรรกศาสตร์ ทฤษฎีจำนวน พหุนาม สมการและอสมการ การพิสูจน์และการประยุกต์ทางเรขาคณิต เรขาคณิตวิคราะห์ แบบรูป ความสัมพันธ์และฟังก์ชัน แคลคูลัสเบื้องต้น สถิติและความน่าจะเป็น และสาระอื่นๆ ของคณิตศาสตร์ที่สำคัญ การวิเคราะห์และเชื่อมโยง สาระและหลักการของคณิตศาสตร์พื้นฐานกับคณิตศาสตร์ในระดับโรงเรียน

**2. ผลลัพธ์การเรียนรู้**

2.1 อธิบายเกี่ยวกับสาระและหลักการของคณิตศาสตร์พื้นฐานในเรื่อง เซตและตรรกศาสตร์ ทฤษฎีจำนวน พหุนาม สมการและอสมการ การพิสูจน์และการประยุกต์ทางเรขาคณิต เรขาคณิตวิเคราะห์ แบบรูป ความสัมพันธ์และฟังก์ชัน แคลคูลัสเบื้องต้น สถิติและความน่าจะเป็น และสาระอื่นๆ ของคณิตศาสตร์
ที่สำคัญ

2.2 วิเคราะห์ และเชื่อมโยงสาระและหลักการของคณิตศาสตร์พื้นฐานกับคณิตศาสตร์ในระดับโรงเรียน

**3. รายชื่อหน่วยการสอน**

หน่วยที่ 1 เซต ตรรกศาสตร์ และการพิสูจน์

หน่วยที่ 2 ทฤษฎีจำนวน

หน่วยที่ 3 พีชคณิตเชิงเส้น

หน่วยที่ 4 การพิสูจน์ทางเรขาคณิต

หน่วยที่ 5 เรขาคณิตและการประยุกต์

หน่วยที่ 6 แบบรูปทางคณิตศาสตร์

หน่วยที่ 7 ความสัมพันธ์ และฟังก์ชัน

หน่วยที่ 8 ฟังก์ชันอดิศัย

หน่วยที่ 9 พื้นฐานเรขาคณิตวิเคราะห์

หน่วยที่ 10 ลิมิต ความต่อเนื่อง และอนุพันธ์ของฟังก์ชัน

หน่วยที่ 11 อินทิกรัล

หน่วยที่ 12 กราฟและการประยุกต์

หน่วยที่ 13 คอมบินาทอริกเบื้องต้น

หน่วยที่ 14 ความน่าจะเป็น

หน่วยที่ 15 สถิติอนุมานสำหรับครู

**วิธีการศึกษา**

 ประมวลสาระชุดวิชา เป็นเอกสารที่บรรจุเนื้อหาสาระของแต่ละหน่วยอย่างละเอียด โดยใช้ควบคู่กับแผนกิจกรรมการศึกษาและแนวการศึกษา ดังมีลำดับขั้นตอนการใช้ ดังนี้

 1) ศึกษารายละเอียดชุดวิชา

 2) ศึกษาแผนกิจกรรมการศึกษาและแนวการศึกษาในส่วนวิธีการศึกษาในชุดวิชานั้นๆ

3) ศึกษารายละเอียดของแต่ละหน่วย โดยมีขั้นตอนดังนี้

ก. ศึกษาแผนผังแนวคิด แผนการสอนประจำหน่วย และทำแบบประเมินผลตนเองก่อนเรียนพร้อมทั้งตรวจคำตอบจากเฉลยในแนวการศึกษา

ข. ศึกษาแผนการสอนประจำหน่วยที่ปรากฏในประมวลสาระชุดวิชาให้เข้าใจก่อน

ค. ศึกษาแผนการสอนประจำตอน ทั้งจากแนวการศึกษา และประมวลสาระชุดวิชา

ง. ศึกษารายละเอียดของเนื้อหาสาระในแต่ละเรื่องในประมวลสาระชุดวิชา พร้อมทั้งศึกษา
จากสาระสังเขปในแต่ละหัวเรื่องที่ปรากฏในแนวการศึกษา

จ. ปฏิบัติกิจกรรมที่ปรากฏในท้ายเรื่องแต่ละเรื่องในแนวการศึกษา พร้อมทั้งตรววจสอบคำตอบจากแนวตอบไปด้วย

ฉ. ทำแบบประเมินผลตนเองหลังเรียน ภายหลังจากศึกษาเนื้อหาในหน่วยนั้นๆ จบแล้ว